

Logaritmik Azalma Yöntemi ile Sönümleme Hesabı

Barış Erkuş

Dr. Öğr. Üye., İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi

bariserkus@itu.edu.tr

Özet

Bu metinde, logaritmik azaltma yöntemi ile içsel sönümlemenin bulunması hakkında kısa bilgi verilmiştir.

1 Giriş

Sistemlerin içsel sönümlemesinin bulunması ile ilgili yöntemlerden birisi logaritmik azalma yöntemidir. Bu yöntemde, başlangıç yerdeğiştirmesine tabi tutulmuş bir yapının serbest salınımına izin verilir ve yapısal cevaplar ölçülür. Yapı içsel sönümlemesi ile cevaplar da sönümlenerek azalır ve sıfırlanır. Yöntemde serbest salınımın sönümlenmesi ile oluşan pik cevaplardan içsel sönüm elde edilir.

2 Serbest Salınımında Sönümlenen Cevaplar

Verilen bir başlangıç yerdeğiştirmesi ve hız için içsel sönümlemeye sahip tek serbestlik dereceli bir sistemin azalan yerdeğiştirmesi şu şekilde hesaplanabilir:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left(x_0 \cos \omega_D t + \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_D} \sin \omega_D t \right) \quad (1)$$

Burada $\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ sönümlenen sistemin salınım frekansıdır. Bu yerdeğiştirmeye örnek Şekil 1'de verilmiştir.

3 Logaritmik Azalma Yöntemi

Bu yöntemde birbiri ardına gelen pik noktaların arasında sönümlenen sistemin periyodu kadar süre geçtiği bilgisi kullanılarak bu cevaplar birbirlerine oranı bulunur:

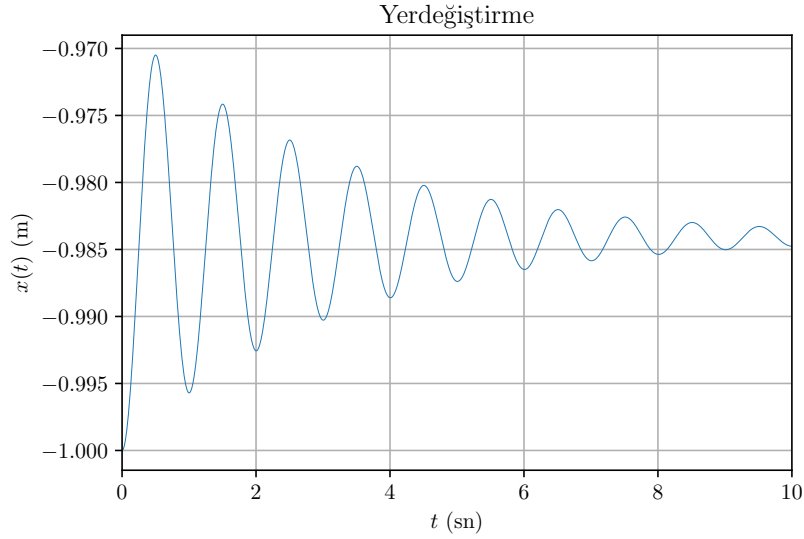
$$\frac{x_i}{x_{i+1}} = e^{\left(\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right)} \quad (2)$$

Bu ifade hız ve ivme için de geçerlidir. Hesapların daha kolay yapılması için yeni bir katsayı tanımlanmaktadır:

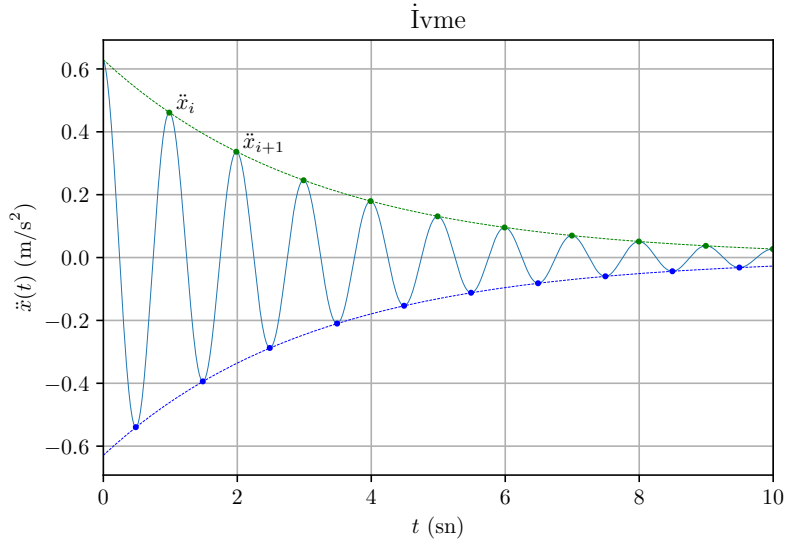
$$\delta = \ln \frac{x_i}{x_{i+1}} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3)$$

Burada δ *logaritmik azalma* olarak adlandırılmaktadır. Bu durumda sönümleme şu şekilde ifade edilebilir:

$$\xi = \sqrt{\frac{\delta^2}{\delta^2 + (2\pi)^2}} \quad (4)$$



Şekil 1: Serbest salınımda sönümlenen yerdeğiştirmeler



Şekil 2: Sönümlenen ivme cevabı

Bundan farklı olarak ardışık iki pik nokta yerine ilk noktadan sonraki n . pik nokta ikinci nokta olarak seçilirse ve yeni bir logaritmik azalma tanımlanabilir:

$$\delta_n = \ln \frac{x_i}{x_{i+n}} = n \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (5)$$

Eğer $\delta = \delta_n/n$ olarak tanımlanırsa, Denklem 4 tekrar sönüm hesabı için kullanılabilir. Bu yaklaşım, sönümlemenin ve cevaplardaki azalmanın çok düşük olduğu yapılar için kullanılmaktadır.

4 Örnek

Tek serbestlik dereceli bir sistemin ivme cevabı üzerinden içsel sönümleme hesaplanmıştır (Şekil 2). Bu şekilde ilk pik nokta $t = 1$ sn mertebelerinde 0.46 m/s^2 , ikinci pik nokta ise $t = 2$ sn mertebelerinde 0.34 m/s^2 olarak gerçekleşmiştir. Denklem 4 kullanılması durumunda $\xi \approx 5\%$ olarak hesaplanmaktadır. İki ya da üç aralıkla seçilen pik noktalar ile yapılan hesaplarda da benzer sönümleme oranı bulunmaktadır.